

Números racionales

079 Se dispone de 30 metros de tela. Calcula cuántos metros son:

a) $\frac{3}{5}$ de la tela b) $\frac{7}{30}$ de la tela c) $\frac{5}{6}$ de la tela

a) $\frac{3}{5} \cdot 30 = 18$ m

b) $\frac{7}{30} \cdot 30 = 7$ m

c) $\frac{5}{6} \cdot 30 = 25$ m

080 Una empresa ha ingresado esta semana dos quintos de 12.300 €.

Calcula el dinero que ha ingresado la empresa.

Ha ingresado: $\frac{2}{5} \cdot 12.300 = 4.920$ €.

081 Un padre le da a su hija mayor 30 €, y a su hijo menor, la tercera parte de lo que ha recibido la mayor. ¿Cuánto ha recibido el hijo menor?

El hijo menor ha recibido: $\frac{1}{3} \cdot 30 = 10$ €.

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS EN LOS QUE SE CONOCE UNA PARTE DEL TOTAL?

En la clase, las $\frac{2}{5}$ partes son chicos. ¿Cuántas chicas hay si son 25 alumnos en total?

PRIMERO. Se resta la parte conocida, $\frac{2}{5}$, al total, 1, para calcular la parte desconocida.

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ son chicas}$$

SEGUNDO. Se calcula lo que representa esa parte en el total de alumnos, 25.

$$\frac{3}{5} \text{ de } 25 = \frac{3}{5} \cdot 25 = \frac{3 \cdot 25}{5} = \frac{75}{5} = 15 \text{ chicas}$$

083 Para el cumpleaños de mi madre, le hemos regalado una caja de bombones.

Hemos comido ya las $\frac{3}{4}$ partes de la caja. Si la caja contenía 40 bombones, ¿cuántos bombones quedan?

Queda $\frac{1}{4}$ de la caja, es decir: $\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$ bombones.

- 084** Los tres octavos del total de alumnos de un IES llevan gafas. Si llevan gafas 129 alumnos, ¿cuántos alumnos son en total?

$$\frac{3}{8} = \frac{129}{x} \rightarrow x = \frac{129 \cdot 8}{3} = 344 \text{ alumnos son en total.}$$

- 085** Un granjero quiere vallar un terreno de 2.275 m de largo. El primer día hace los $\frac{3}{7}$ del trabajo, y el segundo día, los $\frac{2}{5}$. ¿Cuántos metros faltan por vallar?

$$1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5} \right) = 1 - \frac{29}{35} = \frac{16}{35} \rightarrow \frac{16}{35} \cdot 2.275 = 1.040 \text{ m faltan.}$$

- 086** Unos amigos recorren 105 km en bicicleta. El primer día hacen $\frac{1}{3}$ del camino y el segundo día $\frac{4}{15}$, dejando el resto para el tercer día.
¿Cuántos kilómetros recorren cada día?

$$1.^{\text{er}} \text{ día} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot 105 = 35 \text{ km}$$

$$3.^{\text{er}} \text{ día} \rightarrow 105 - (28 + 35) = 42 \text{ km}$$

$$2.^{\circ} \text{ día} \rightarrow \frac{4}{15} \cdot 105 = 28 \text{ km}$$

- 087** Una familia gasta $\frac{1}{15}$ de sus ingresos mensuales en el alquiler del piso, $\frac{1}{60}$ en el teléfono y $\frac{1}{8}$ en transporte y ropa.

¿Cómo se distribuyen los gastos si sus ingresos mensuales son de 3.000 €?

$$\text{Alquiler} \rightarrow \frac{1}{15} \cdot 3.000 = 200 \text{ €} \quad \text{Transporte y ropa} \rightarrow \frac{1}{8} \cdot 3.000 = 375 \text{ €}$$

$$\text{Teléfono} \rightarrow \frac{1}{60} \cdot 3.000 = 50 \text{ €}$$

- 088** En un campamento, $\frac{3}{8}$ de los jóvenes son europeos, $\frac{1}{5}$ asiáticos y el resto africanos.

Si hay en total 800 jóvenes:

a) ¿Cuántos jóvenes europeos hay?

b) Si la mitad de los asiáticos son chicas, ¿cuántas chicas asiáticas habrá?

c) ¿Cuántos de estos jóvenes son africanos?

$$\text{a) Europeos} \rightarrow \frac{3}{8} \cdot 800 = 300$$

$$\text{b) Asiáticas} \rightarrow \left(\frac{1}{5} \cdot 800 \right) : 2 = 160 : 2 = 80$$

$$\text{c) Africanos} \rightarrow 800 - 300 - 160 = 340$$

Números racionales

089 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UNA PARTE DE UNA FRACCIÓN?

Cristina debe leer un libro para el colegio. El primer día lee la cuarta parte del libro, y el segundo día, la mitad de lo que le quedaba. ¿Qué fracción representa lo que lee el segundo día?

PRIMERO. Se calcula la fracción de la que se hallará su parte.

$$\text{El primer día lee } \frac{1}{4}, \text{ y le quedan: } 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

SEGUNDO. Se calcula la parte de la fracción.

$$\text{El segundo día lee: } \frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}.$$

Por tanto, el segundo día lee $\frac{3}{8}$ del libro.

090

Tenemos una pieza de alambre de 90 m. Vendemos las $\frac{2}{3}$ partes a 3 €/m, $\frac{1}{6}$ del resto a 4 €/m y los metros que quedan a 2 €/m. ¿Cuánto hemos ganado si habíamos comprado el metro de alambre a 2 €?

$$\frac{2}{3} \cdot 90 = 60 \text{ m, a } 3 \text{ €/m, son } 180 \text{ €.}$$

$$\frac{1}{6} \cdot (90 - 60) = 5 \text{ m, a } 4 \text{ €/m, son } 20 \text{ €.}$$

$$90 - 60 - 5 = 25 \text{ m, a } 2 \text{ €/m, son } 50 \text{ €.}$$

El alambre costó: $90 \cdot 2 = 180$ € y hemos cobrado: $180 + 20 + 50 = 250$ €.
Por tanto, hemos ganado: $250 - 180 = 70$ €.

091

Tres amigos se reparten 90 € que han ganado en la quiniela de la siguiente manera: el primero se queda con la quinta parte, el segundo con la tercera parte de lo que recibe el primero, y el tercero con la mitad de lo que recibe el segundo.

a) ¿Qué fracción representa lo que obtiene cada uno?

b) ¿Cuánto dinero se queda cada amigo?

c) ¿Y cuánto dinero dejan de bote?

$$\text{a) } 1.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{5} \qquad 2.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \qquad 3.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{30}$$

$$\text{b) } 1.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{5} \cdot 90 = 18 \text{ €} \qquad 2.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{15} \cdot 90 = 6 \text{ €} \qquad 3.^{\circ} \rightarrow \frac{1}{30} \cdot 90 = 3 \text{ €}$$

$$\text{c) } 90 - (18 + 6 + 3) = 63 \text{ € dejan de bote.}$$

092 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL TOTAL CONOCIENDO UNA PARTE?

Una piscina está llena hasta los $\frac{7}{9}$ de su capacidad. Aún se necesitan 880 litros para que esté completamente llena. ¿Qué capacidad tiene la piscina?

PRIMERO. Se calcula la fracción que representa la parte vacía de la piscina.

$$1 - \frac{7}{9} = \frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

SEGUNDO. Se designa por x la capacidad total de la piscina.

$$\frac{2}{9} \text{ de } x = \frac{2}{9} \cdot x = 880$$

Despejando x :

$$x = 880 : \frac{2}{9} = \frac{880 \cdot 9}{2} = \frac{7.920}{2} = 3.960$$

La piscina tiene 3.960 litros de capacidad.

093 De un calentador, primero se gasta la mitad del agua y luego la cuarta parte de lo que quedaba. Si todavía quedan 12 litros, ¿cuál es la capacidad del calentador?

Primero: $\frac{1}{2}$.

Segundo: $\frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$.

Queda entonces: $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

$x = 12 : \frac{3}{8} = 32 \ell$ es la capacidad del calentador.

094 Unos amigos organizan una excursión a la montaña: el primer día recorren un cuarto de lo programado, el segundo día un tercio, dejando el resto (que son 25 km) para el tercer día. ¿Qué fracción representan los kilómetros recorridos el tercer día? ¿Cuántos kilómetros han recorrido en total?

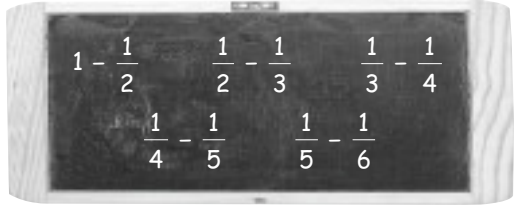
El tercer día recorren: $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$.

Han recorrido en total: $x = 25 : \frac{5}{12} = 60 \text{ km}$.

Números racionales

095

Calcula las siguientes diferencias.



a) Con los resultados, efectúa esta suma.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$

b) A la vista del resultado anterior, ¿cuál crees que será el resultado de esta suma?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{1.001.000}$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} =$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

b) $\frac{1}{1.001.000} = \frac{1}{1.000} - \frac{1}{1.001}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{1.001.000} =$$

$$= 1 - \frac{1}{1.001} = \frac{1.000}{1.001}$$

096

Si vaciamos estos dos recipientes en una jarra, ¿cuál es la proporción de agua y de vinagre en la jarra?



MEZCLA
2 partes de agua
1 parte de vinagre



MEZCLA
3 partes de agua
1 parte de vinagre

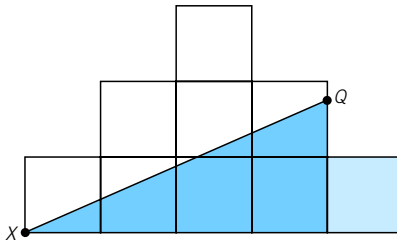
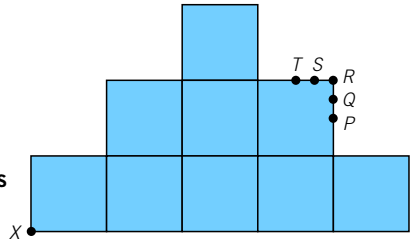
La mezcla resultante tendrá 5 partes de agua y 2 partes de vinagre.

La proporción de agua es $\frac{5}{7}$ y la de vinagre es $\frac{2}{7}$.

097 Esta figura contiene nueve cuadrados, todos de lado 1. Los puntos señalados verifican:

$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{ST} = \frac{1}{4}$$

Una recta une a X con uno de esos puntos y divide la figura en dos regiones de igual área. ¿Cuál es esa recta?



Es la recta \overline{XQ} , que forma un triángulo y un cuadrado. El triángulo tiene de base 4 y de altura: $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$, por lo que su área será: $\left(4 \cdot \frac{7}{4}\right) : 2 = 3,5$. Por su parte, el área del cuadrado es 1. El área es: $3,5 + 1 = 4,5$, que es la mitad del área total: $\frac{9}{2} = 4,5$.

EN LA VIDA COTIDIANA

098 Una comunidad de vecinos quiere instalar placas solares para abastecer parte de la energía eléctrica que se consume en el edificio. Han consultado con una empresa instaladora y les ha proporcionado los siguientes datos.

Según nuestros informes, la instalación de placas solares permite un ahorro de $\frac{2}{7}$ del consumo energético actual del edificio.



Números racionales

La empresa instaladora les ha informado de que ciertos organismos oficiales conceden subvenciones para la instalación de placas solares.

INSTITUTO PARA LA DIVERSIFICACIÓN Y AHORRO
DE LA ENERGÍA

En relación con la subvención solicitada por su comunidad para la instalación de placas solares en el edificio situado en la calle del Sol, número 23, le informamos de que dicha subvención ha sido otorgada, y que su cuantía asciende a la mitad del coste de las placas y su instalación.

La compañía eléctrica suministradora de la comunidad cobra a 8,6726 céntimos el kilowatio. En el último recibo bimensual, cada uno de los 48 vecinos ha pagado 46,34 €.

¿Cuánto tiempo tardarán en amortizar las placas solares y su instalación, si el consumo de la comunidad se mantiene?

Coste de las placas y la instalación: 22.000 €.

Subvención: $\frac{1}{2} \cdot 22.000 = 11.000$ €.

Gasto mensual: $(48 \cdot 46,34) : 2 = 1.112,16$ €.

Ahorro en el gasto: $\frac{2}{7} \cdot 1.112,16 = 317,76$ €.

Tiempo de amortización: $(22.000 - 11.000) : 317,76 = 34,62$ meses.

Por tanto, tardarán algo menos de tres años en amortizar el gasto.

099

Las noticias sobre los accidentes ocurridos durante la Semana Santa destacan un importante aumento de siniestros.

Siniestralidad durante la Semana Santa en la carretera

108 personas han muerto en accidentes de carretera

La mitad de los fallecidos en turismos no utilizaba el cinturón.

Uno de cada tres fallecidos en motocicletas no llevaba casco.

La mitad de los fallecidos tenía menos de 35 años, y de estos, uno de cada cuatro era menor de 25 años.

La distracción aparece como el factor fundamental en dos de cada cinco accidentes, la infracción de las normas de tráfico en uno de cada tres y el exceso de velocidad en tres de cada diez.



Vehículo	Fallecidos
Turismos	91
Motocicletas	17

	Fallecidos
Medidas de seguridad	
No llevaba cinturón	$\frac{1}{2} \cdot 91 = 45,5 \approx 46$
No utilizaba casco	$\frac{1}{3} \cdot 17 = 5,6 \approx 6$
Cumplía las medidas de seguridad	$108 - 46 - 6 = 56$
Edades	
Menores de 35 años	$\frac{1}{2} \cdot 108 = 54$
Mayores de 35 años	$\frac{1}{2} \cdot 108 = 54$
Menores de 25 años	$\frac{1}{4} \cdot 54 = 13,5 \approx 14$
Causa principal accidente	
Distracción	$\frac{2}{5} \cdot 108 = 43,2 \approx 43$
Infracción de normas de tráfico	$\frac{1}{3} \cdot 108 = 36$
Exceso de velocidad	$\frac{3}{10} \cdot 108 = 32,4 \approx 32$
Ninguna de las circunstancias anteriores	El exceso de velocidad es una infracción de tráfico, luego $108 - 36 - 43 = 29$. Hay 29 personas fallecidas en estas circunstancias. Estamos suponiendo que la causa principal de accidente es única, es decir, no se computan dos o más causas principales de accidente.

El último párrafo del artículo se refiere a accidentes, pero nosotros resolvemos el problema como si se tratara de fallecidos; así, el párrafo sería:

*La distracción aparece como el factor fundamental en dos de cada cinco **fallecidos**, la infracción de las normas de tráfico en uno de cada tres y el exceso de velocidad en tres de cada diez.*

Si no se considerara de este modo, no podríamos determinar el número de fallecidos, pues en un mismo accidente puede haber más de un fallecido o no haber ninguno.