

6 RAÍCES

6.1 SIGNIFICADO DE RAÍZ

RECUERDA

$\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = a$ Se llaman $\left\{ \begin{array}{l} n: \text{índice} \\ a: \text{radicando} \end{array} \right.$

1 Calcula razonadamente el valor de las siguientes raíces:

$$\sqrt{9} = 3, \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16}$$

$$\sqrt{81}$$

$$\sqrt{1}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{27}$$

$$\sqrt[3]{125}$$

$$\sqrt[3]{1}$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2, \text{ porque } (-2)^3 = -8$$

$$\sqrt[3]{-27}$$

$$\sqrt{100}$$

$$\sqrt[3]{1000}$$

$$\sqrt[4]{10000}$$

$$\sqrt[4]{16}$$

$$\sqrt[4]{81}$$

$$\sqrt[4]{1}$$

$$\sqrt[5]{32}$$

$$\sqrt[6]{64}$$

$$\sqrt{0} = 0, \text{ porque } 0^2 = 0$$

$$\sqrt[3]{0}$$

$$\sqrt[4]{0}$$

$$\sqrt[3]{0}$$

$$\sqrt[5]{0}$$

$$\sqrt[5]{1}$$

$$\sqrt[3]{-1}$$

$\sqrt{-1}$ no existe, porque el cuadrado de cualquier número es positivo.

$$\sqrt[3]{-125}$$

$$\sqrt{-125}$$

$$\sqrt[5]{-32}$$

$$\sqrt[4]{-16}$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5, \text{ porque } 0,5^2 = 0,25$$

$$\sqrt{0,04}$$

$$\sqrt{0,09}$$

$$\sqrt{0,16}$$

$$\sqrt{0,01}$$

$$\sqrt[3]{0,001}$$

$$\sqrt[3]{0,125}$$

$$\sqrt[3]{-0,125}$$

$$\sqrt[3]{0,008}$$

$$\sqrt[3]{-0,008}$$

$$\sqrt{400}$$

$$\sqrt[3]{8\,000}$$

$$\sqrt[4]{160\,000}$$

$$\sqrt[3]{-8\,000}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$$

RECUERDA

En ocasiones, el número cuya raíz n -ésima se pide no se ve fácilmente que sea potencia n -ésima de otro. En tal caso, para conseguirlo, conviene descomponerlo en factores primos.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{287\,496\,000}$.

Descomponemos en factores primos $287\,496\,000 = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 11^3 = (2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11)^3$.

Por tanto, $\sqrt[3]{287\,496\,000} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 660$.

Si el número no es potencia n -ésima exacta, su raíz n -ésima será un número decimal cuyo valor aproximado lo podemos obtener por los métodos que se repasan en las páginas siguientes.

2 En las siguientes raíces, comprueba que los radicandos son potencias n -ésimas exactas y, en consecuencia, da sus valores exactos:

a) $\sqrt[3]{216\,000}$

b) $\sqrt{5\,184}$

c) $\sqrt[6]{46\,656}$

d) $\sqrt[5]{5\,153\,632}$

6.2 RADICALES (INICIACIÓN)

RECUERDA

- Cuando una raíz no es exacta, puede dejarse indicada. Su expresión se llama **radical**.
- Dos o más radicales con el mismo índice y el mismo radicando se llaman **semejantes**. En tal caso, pueden sumarse, simplificando la expresión en la que se encuentran. Por ejemplo:

$$7 \sqrt[5]{a} + 4 \sqrt[5]{a} - 3 \sqrt[5]{a} + \sqrt[5]{a} = (7 + 4 - 3 + 1) \sqrt[5]{a} = 9 \sqrt[5]{a}$$

- La suma de radicales de distintos índices o de distintos radicandos (no semejantes) debe dejarse indicada, pues no pueden simplificarse. Por ejemplo, no pueden simplificarse las expresiones

$$\sqrt[5]{7} + \sqrt[5]{11}, \quad \sqrt{24} - \sqrt{13}, \quad \sqrt{17} - \sqrt[3]{4}$$

- Se pueden multiplicar radicales con el mismo índice multiplicando los radicandos:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}. \quad \text{Por tanto, } k\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{k^n} \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{k^n a}$$

1 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + \sqrt{2}$

b) $\sqrt{38} - 3\sqrt{38} + 5\sqrt{38} + 31\sqrt{38}$

c) $7\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{9} - 11\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{9}$

d) $6\sqrt[5]{8} - 3\sqrt[5]{8} + 14\sqrt[5]{8} - \sqrt[5]{8}$

2 Simplifica las siguientes expresiones todo lo que se pueda:

a) $7\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}$

b) $11\sqrt{2} + 3\sqrt[3]{2} + 8\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2}$

3 Multiplica los siguientes radicales:

a) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{30}$

b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{54}$

c) $5\sqrt{7} = \sqrt{5^2} \sqrt{7} = \sqrt{25 \cdot 7} = \sqrt{175}$

d) $4\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{6} =$

e) $2\sqrt[5]{25} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 25} =$

f) $3\sqrt[4]{3}$

4 Introduce el factor dentro de la raíz:

a) $3\sqrt{7}$

b) $11\sqrt{2}$

c) $2\sqrt[4]{12}$

d) $5\sqrt[3]{20}$

5 Extrae de la raíz un factor tan grande como se pueda:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{50}$

c) $\sqrt{600}$

d) $\sqrt{180}$

$$16 \left(\frac{1}{5}\right)^{12}$$

PÁGINA 20

- 1 a) $2,78 \cdot 10^4$ b) $6,3 \cdot 10^5$
 c) $4,83 \cdot 10^9$ d) $4,1 \cdot 10^{-2}$
 e) $5,83 \cdot 10^{-6}$ f) $3,1 \cdot 10^{-11}$
- 2 a) 352 b) 5 800 000
 c) 5 942 000 000 d) 0,046
 e) 0,0004519 f) 0,000000692
- 3 a) $1 \cdot 10^{-5}$ b) $4,5 \cdot 10^{10}$
 c) $3,8 \cdot 10^{-1}$ d) $2,4 \cdot 10^{-11}$
- 4 a) $3,25 \cdot 10^{12} < 4 \cdot 10^{12}$
 b) $8,93 \cdot 10^{-3} < 4,55 \cdot 10^2$
 c) $5,8 \cdot 10^8 < 6 \cdot 10^8 = 60 \cdot 10^7$
 d) $8,92 \cdot 10^{-5} < 2,91 \cdot 10^{-4}$
 e) $324 \cdot 10^{-13} = 3,24 \cdot 10^{-11} < 5,1 \cdot 10^{-9} = 0,51 \cdot 10^{-8}$
 f) $1,16 \cdot 10^2 < 8,957 \cdot 10^2 = 89 570 \cdot 10^{-2}$

PÁGINA 21

- 1 a) $9,31 \cdot 10^{11}$ c) $4,24 \cdot 10^8$
 d) $5,06 \cdot 10^{13}$ e) $2,32 \cdot 10^5$
 g) $7,76 \cdot 10^8$ h) $2,86 \cdot 10^7$
 i) $2,86 \cdot 10^{-1}$ j) $9,02 \cdot 10^{-13}$
 k) $3,8 \cdot 10^4$ l) $4,87 \cdot 10^6$
 m) $2,82 \cdot 10^5$
- 2 Las respuestas son las mismas que las del ejercicio anterior.

PÁGINA 22

- 1 $\sqrt{16} = 4$, porque $4^2 = 16$
 $\sqrt{81} = 9$, porque $9^2 = 81$
 $\sqrt{1} = 1$, porque $1^2 = 1$
 $\sqrt[3]{27} = 3$, porque $3^3 = 27$
 $\sqrt[3]{125} = 5$, porque $5^3 = 125$
 $\sqrt[3]{1} = 1$, porque $1^3 = 1$
 $\sqrt[3]{-27} = -3$, porque $(-3)^3 = -27$

$$\sqrt{100} = 10, \text{ porque } 10^2 = 100$$

$$\sqrt[3]{1\ 000} = 10, \text{ porque } 10^3 = 1\ 000$$

$$\sqrt[4]{10\ 000} = 10, \text{ porque } 10^4 = 10\ 000$$

$$\sqrt[4]{16} = 2, \text{ porque } 2^4 = 16$$

$$\sqrt[4]{81} = 3, \text{ porque } 3^4 = 81$$

$$\sqrt[4]{1} = 1, \text{ porque } 1^4 = 1$$

$$\sqrt[5]{32} = 2, \text{ porque } 2^5 = 32$$

$$\sqrt[6]{64} = 2, \text{ porque } 2^6 = 64$$

$$\sqrt[3]{0} = 0, \text{ porque } 0^3 = 0$$

$$\sqrt[4]{0} = 0, \text{ porque } 0^4 = 0$$

$$\sqrt[7]{0} = 0, \text{ porque } 0^7 = 0$$

$$\sqrt[15]{0} = 0, \text{ porque } 0^{15} = 0$$

$$\sqrt[15]{1} = 1, \text{ porque } 1^{15} = 1$$

$$\sqrt[3]{-1} = -1, \text{ porque } (-1)^3 = -1$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5, \text{ porque } (-5)^3 = -125$$

$\sqrt{-125}$ no existe, porque el cuadrado de cualquier número es un número positivo.

$$\sqrt[5]{-32} = -2, \text{ porque } (-2)^5 = -32$$

$\sqrt[4]{-16}$ no existe, porque la potencia cuarta de cualquier número es un número positivo.

$$\sqrt{0,04} = 0,2; \text{ porque } (0,2)^2 = 0,04$$

$$\sqrt{0,09} = 0,3; \text{ porque } (0,3)^2 = 0,09$$

$$\sqrt{0,16} = 0,4; \text{ porque } (0,4)^2 = 0,16$$

$$\sqrt{0,01} = 0,1; \text{ porque } (0,1)^2 = 0,01$$

$$\sqrt[3]{0,001} = 0,1; \text{ porque } (0,1)^3 = 0,001$$

PÁGINA 23

$$\sqrt[3]{0,125} = 0,5; \text{ porque } (0,5)^3 = 0,125$$

$$\sqrt[3]{-0,125} = -0,5; \text{ porque } (-0,5)^3 = -0,125$$

$$\sqrt[3]{0,008} = 0,2; \text{ porque } (0,2)^3 = 0,008$$

$$\sqrt[3]{-0,008} = -0,2; \text{ porque } (-0,2)^3 = -0,008$$

$$\sqrt{400} = 20, \text{ porque } 20^2 = 400$$

$$\sqrt[3]{8\,000} = 20, \text{ porque } 20^3 = 8\,000$$

$$\sqrt[4]{160\,000} = 20, \text{ porque } 20^4 = 160\,000$$

$$\sqrt[3]{-8\,000} = -20, \text{ porque } (-20)^3 = -8\,000$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}, \text{ porque } \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}, \text{ porque } \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \frac{5}{3}, \text{ porque } \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{125}{27}$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}, \text{ porque } \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$$

$$\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}, \text{ porque } \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}, \text{ porque } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$$

- 2 a) 60
b) 72
c) 6
d) 22

PÁGINA 24

- 1 a) $-2\sqrt{2}$
b) $34\sqrt{38}$
c) $\sqrt[3]{9}$
d) $16\sqrt[3]{8}$
- 2 a) $8\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$
b) $14\sqrt{2} + 10\sqrt[3]{2}$
- 3 a) $\sqrt{450}$
b) $\sqrt[3]{216}$
d) $\sqrt[3]{384}$

$$e) \sqrt[5]{800}$$

$$f) \sqrt[4]{243}$$

4 a) $\sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{63}$

b) $\sqrt{11^2 \cdot 2} = \sqrt{242}$

c) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 12} = \sqrt[4]{192}$

d) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 20} = \sqrt[3]{2\,500}$

5 b) $5\sqrt{2}$ c) $10\sqrt{6}$ d) $6\sqrt{5}$

PÁGINA 25

- 1 a) 35 b) 23 c) 287 d) 13
e) 36 f) 19 g) 15 h) 34

2

A	1	2	3	5	8	11	12	20
B	3,5	7	10,5	17,5	28	38,5	42	70

3

M	72	24	18	9	6	4	3	0,5
N	1	3	4	8	12	18	24	144

- 4 910 m²
5 96 chinchetas.

PÁGINA 26

- 6 4375 €.
7 17,5 gramos de estaño y 52,5 gramos de níquel.
8 160 días.
9 16 veces.
10 84,6 metros.
11 72 rollos.
12 3 minutos.

PÁGINA 27

- 13 3755,56 vueltas.
14 8 días.
15 2 días.
16 57 kg.
17 49 500 calorías.
18 85,10115 cm.